

**Ders Kodu Dersin Adı Yarıyıl Teori Uygulama Lab Kredisi AKTS**

MAT364 Sayılar Kuramına Giriş 6 3 0 0 3 5

Ön Koşul

Derse Kabul Koşulları

Dersin Dili İngilizce

Türü Seçmeli

Dersin Düzeyi Lisans

Dersin Amacı Bu dersin nihai amacı, karakterler ve Gauss toplamlarını kullanarak kuadratik karşılıklık yasasını ispatlamaktır.

İçerik Ders, alanın temel kavramlarını ve başlıca araçlarını kapsar; teori ile uygulamayı, yönlendirilmiş örnekler ve kademeli olarak zorlaşan alıştırmalar aracılığıyla ilişkilendirir.

Kaynaklar William Stein, Elementary Number Theory: Primes, Congruences, and Secrets, <https://wstein.org/ent/ent.pdf>

Kenneth Ireland &amp; Michael Rosen, A Classical Introduction to Modern Number Theory

Ivan Niven, Herbert Zuckerman, Hugh Montgomery, An Introduction to the Theory of Numbers

**Teori Konu Başlıkları****Hafta****Konu Başlıkları**

- 1 Kongrüanslar; mod  $n$  aritmetiği; yol gösterici örnekler ve kestirimler
- 2 Öklid algoritması ve Bézout özdeşliği. EBOB; modüler tersler; lineer kongrüanslar.
- 3 Asal sayılar ve tekil çarpanlara ayrışma. Temel lemmalar; kongrüenslere uygulamalar.
- 4  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$  grubu. Euler'in  $\varphi$  fonksiyonu; Euler teoremi; bir elemanın mertebesi.
- 5 Kuadratik kalıntılar: keşif. Bir asal modunda kareler; sayma; ilk kalıntı tabloları.
- 6 Legendre sembolü ve Euler ölçütü. Tanım; çarpımsallık; hızlı hesaplamalar.
- 7 Ek yasalar.  $\left(\frac{-1}{p}\right) \pmod{4}$  ve  $\left(\frac{2}{p}\right) \pmod{8}$ ; yönlendirmeli ispatlar.
- 8 Çarpımsal karakterler  $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$  karakterleri; ortogonalite; kuadratik karakter.
- 9 Toplamsal karakterler ve birim kökleri.  $\mathbb{F}_p$  modunda üstel toplamlar; temel özdeşlikler.
- 10 Gauss toplamları I. Tanım  $\tau(\chi)$ ; bükme (twisting) özdeşlikleri; mutlak değer ve örnekler.
- 11 Gauss toplamları II. Kuadratik Gauss toplamının değerlendirilmesi; işaretin  $\mathbb{F}_p \pmod{4}$  ile belirlenmesi.
- 12 Kuadratik karşılıklık. Gauss toplamları ve karakterlerle ispat; adımların sentezi.
- 13 Jacobi sembolü ve etkin hesaplama. Bileşik paydalara genelleme; dikkat noktaları ve örnekler.
- 14 Uygulamalar & projeler.  $x^2 \equiv a \pmod{p}$  denkleminin çözülebilirliğine karar verme; mini-projeler ve final portfolyoları.