Contenus

Code du Cours	Nom du Cours	Semestre du Cours	Cours Théoriques	Travaux Dirigés (TD)	Travaux Pratiques (TP)	Crédit du Cours	ECTS
MATH 504		1	3	0	0	3	7

Cours Pré-Requis	
Conditions d'Admission au Cours	

Langue du Cours	Anglais
Type de Cours	Obligatoire
Niveau du Cours	Master
Objectif du Cours	Comprendre les concepts algébriques fondamentaux et savoir les employer dans la pratique mathématique professionnelle.
Contenus	Le cours comporte deux parties. La première construit le vocabulaire général de l'algèbre : structures définies par leurs lois, quotients et propriétés universelles, ce qui passe de A à A[X], actions de groupes, modules, produit tensoriel. La seconde traite des extensions de corps et de la théorie de Galois : clôture algébrique, séparabilité, correspondance de Galois, corps finis et cyclotomie, résolubilité par radicaux. Un résultat relie les deux parties : le théorème de la base de Hilbert, démontré pour les anneaux, est ce dont le Nullstellensatz a besoin. Les exercices font partie du cours et servent aux résultats ultérieurs.
Ressources	Serge Lang, Algebra ; gitlab.com/onayg/mat504

Intitulés des Sujets Théoriques

Semaine	Intitulés des Sujets
1	Structures algébriques ; quotients ; congruences.
2	Anneaux noethériens et théorème de la base de Hilbert ; anneaux factoriels et théorème de Gauss.
3	Actions de groupes ; orbite-stabilisateur ; formule des classes ; Cauchy ; Burnside.
4	Groupe symétrique ; cycles ; signature ; simplicité de A_n pour n ≥ 5.
5	Théorèmes de Sylow ; groupes d'ordre petit.
6	Modules ; Z-modules ; K[T]-modules ; modules libres.
7	K[T]-modules de torsion ; formes de Jordan et rationnelle ; Cayley-Hamilton.
8	Produit tensoriel ; propriété universelle ; changement de base.
9	Extensions de corps ; polynôme minimal ; lemme de Zariski ; Nullstellensatz.
10	Corps de décomposition ; clôture algébrique ; prolongement des plongements.
11	Séparabilité ; changement de base réduit ; corps parfaits ; caractéristique p.
12	Extensions normales ; élément primitif ; correspondance de Galois.
13	Corps finis ; polynômes cyclotomiques ; groupe de Galois (Z/nZ)^×.
14	Groupes résolubles ; extensions radicales ; insolubilité de la quintique.