Contenus

Code du Cours	Nom du Cours	Semestre du Cours	Cours Théoriques	Travaux Dirigés (TD)	Travaux Pratiques (TP)	Crédit du Cours	ECTS
MAT364	Introduction a la Theorie des Nombres	6	3	0	0	3	5

Cours Pré-Requis	
Conditions d'Admission au Cours	

Langue du Cours	Anglais
Type de Cours	Électif
Niveau du Cours	Licence
Objectif du Cours	Dans ce cours, l'objectif final est d'établir la loi de réciprocité quadratique en utilisant les caractères et les sommes de Gauss.
Contenus	Ce cours couvre les notions fondamentales et les outils clés du domaine, en reliant la théorie aux applications à travers des exemples guidés et des exercices progressifs.
Ressources	William Stein, Elementary Number Theory: Primes, Congruences, and Secrets, https://wstein.org/ent/ent.pdf Kenneth Ireland & Michael Rosen, A Classical Introduction to Modern Number Theory Ivan Niven, Herbert Zuckerman, Hugh Montgomery, An Introduction to the Theory of Numbers

Intitulés des Sujets Théoriques

Semaine	Intitulés des Sujets
1	Congruences; arithmétique mod n; exemples-guides et conjectures.
2	Algorithme d'Euclide et identité de Bézout. PGCD; inverses modulaires; congruences linéaires.
3	Nombres premiers et factorisation unique.}Lemmes de base; applications aux congruences.
4	Le groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$. Fonction φ d'Euler; théorème d'Euler; ordre d'un élément.
5	Résidus quadratiques : exploration. Carrés modulo un premier; comptage; premiers tableaux de résidus.
6	Symbole de Legendre et critère d'Euler.}Définition; multiplicativité; calculs rapides.
7	Lois supplémentaires. $\left(\frac{-1}{p}\right)$ (mod 4) et $\left(\frac{2}{p}\right)$ (mod 8); preuves guidées.
8	Caractères multiplicatifs. Caractères de $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^\times$; orthogonalité; caractère quadratique.
9	Caractères additifs et racines de l'unité. Sommes exponentielles modulo p; identités de base.
10	Sommes de Gauss I. Définition $\tau(\chi)$; identités de torsion; valeur absolue et exemples.
11	Sommes de Gauss II. Évaluation de la somme de Gauss quadratique; détermination du signe via $p \bmod 4$.
12	Réciprocité quadratique. Preuve par sommes de Gauss et caractères; synthèse des étapes.
13	Symbole de Jacobi et calcul effectif. Généralisation au dénominateur composé; prudence et exemples.
14	Applications \& projets. Décider la solubilité de $x^2\equiv a \pmod p$; mini-projets et portfolios finaux.